Чтобы дать еще более ясное представление о многочисленных рассмотренных Диофантом задачах, мы выберем наудачу три примера, снабдив их краткими указаниями насчет того, как он их решает.

II, 20: Найти таких три квадратных числа, чтобы разность между наибольшим из них и средним находилась в данном отношении к разности между средним и наименьшим из них. Если обозначить наименьшее число через x^2, среднее через $(x+a)^2$, то наибольшее будет

$$(x+a)^2+m\,[(x+a)^2-x^2].$$

Условие, чтобы это последнее выражение было квадратом, выражается уравнением вышеупомянутого типа (1).

Диофант довольствуется следующими значениями для данных чисел: $m=3$ и $a=1$.

III, 2: Найти три таких числа, что квадрат их суммы дает новые квадраты, если к нему прибавить каждое из этих чисел.

Диофант изображает сумму символом x; тогда условия задачи будут выполнены, если искомые числа будут:

$$(a^2-1)x^2,\ (b^2-1)x^2,\ (c^2-1)x^2$$

и если

$$(a^2-1)x^2+(b^2-1)x^2+(c^2-1)x^2=x,$$

откуда получается для x рациональное выражение.

Диофант дает для a, b и c лишь значения 2, 3 и 4.

IV, 27. Найти два таких числа, чтобы произведение их, сложенное с каждым из обоих чисел, было кубом.

Диофант приравнивает первое число a^3x, второе же x^2-1 и придает a значение 2; в таком случае одно из условий оказывается немедленно удовлетворенным и остается еще, чтобы

$$y^3=a^3x^3+x^2-a^3x-1.$$

В соответствии с методом решения неопределенных квадратных уравнений (1) и (2) это кубическое уравнение можно решить, положив $y=ax-1$; отсюда получается уравнение первой степени, дающее x.

Укажем еще, что некоторые из рассматриваемых Диофантом задач являются для него поводом обнаружить свое знакомство с рядом теорем, относящихся к теории чисел, как, например, со следующей теоремой: число вида $(a^2+b^2)(c^2+d^2)$ можно разложить двумя способами на сумму двух квадратов, именно:

$$(ac\mp bd)^2+(ad\pm bc)^2,$$

а также со следующей другой теоремой: число вида $4n+3$ никогда нельзя разложить на сумму двух квадратов.

Эти примеры показывают с достаточной убедительностью, что Диофант искал только рациональные (и, разумеется, положительные) решения, а не непременно целочисленные решения, так